



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO DELTA DO PARNAÍBA - UFDPAr
CAMPUS MINISTRO REIS VELLOSO
CURSO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

ANDRIELI DA SILVA TIODOSIO

**COINTEGRAÇÃO ENTRE O IBOVESPA E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS
RELEVANTES**

Parnaíba
2025

ANDRIELI DA SILVA TIODOSIO

**COINTEGRAÇÃO ENTRE O IBOVESPA E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS
RELEVANTES**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Ciências Econômicas da Universidade Federal do Delta do Parnaíba - UFDPAr, em cumprimento parcial das exigências para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Sayão Rosa

Parnaíba - PI
2025

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Delta do Parnaíba

T594c Tiodosio, Andrieli da Silva
Cointegração entre o ibovespa e variáveis
macroeconômicas relevantes [recurso eletrônico] / Andrieli da Silva
Tiodosio. – 2025.
56 p.

TCC (Bacharelado em Ciências Econômicas) – Universidade
Federal do Delta do Parnaíba, 2025.
Orientação: Prof. Dr. Tiago Sayão Rosa.

1. Séries temporais. 2. Mercado financeiro. 3. Análise
econométrica. I. Rosa, Tiago Sayão. II. Título.

CDD: 330

Elaborada por Adriana Luiza de Sousa Varão CRB-3/1493

ANDRIELI DA SILVA TIODOSIO

**COINTEGRAÇÃO ENTRE O IBOVESPA E VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS
RELEVANTES**

Monografia apresentada como exigência para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas pela Universidade Federal do Delta do Parnaíba (UFDPAr), Campus Ministro Reis Velloso, submetida à aprovação da banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Tiago Sayão Rosa

Universidade Federal do Delta do Parnaíba - UFDPAr
(Orientador)

Prof. Dr. José Natanael Fontenele de Carvalho

Universidade Federal do Delta do Parnaíba - UFDPAr

Prof. Dr. Fábio Júnior Clemente Gama

Universidade Federal do Delta do Parnaíba - UFDPAr

Parnaíba - PI
2025

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força, proteção e sabedoria concedidas ao longo desta jornada. Em todos os momentos, foi n'Ele que encontrei coragem e serenidade para continuar.

À minha mãe, ao meu pai, à minha irmã e ao meu irmão, pelo amor incondicional, pela paciência e pelo apoio constante. Vocês foram e continuam sendo a base sobre a qual construo meus sonhos.

Aos meus amigos, que estiveram presentes durante toda a caminhada. Em especial, agradeço a Échilei, Bruno e Kleber, pela amizade sincera, pelo companheirismo e por acreditarem em mim mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço profundamente a todos os professores que, ao longo do curso, contribuíram para minha formação acadêmica e pessoal. Cada ensinamento transmitido deixou marcas significativas em minha trajetória, ampliando minha visão de mundo e fortalecendo minha busca pelo conhecimento.

Em especial, agradeço ao meu orientador, professor Dr. Tiago Sayão, por todo apoio, paciência e incentivo ao longo deste trabalho. Sempre esteve presente quando precisei e confiou no meu potencial. Tive a honra de ser monitora de suas disciplinas duas vezes, o que marcou minha trajetória e me fez crescer ainda mais como estudante e como pessoa.

Ao professor Dr. Diego Pacheco, deixo um agradecimento especial por acreditar em meu potencial, mesmo quando eu ainda duvidava de mim. Suas palavras de encorajamento foram fundamentais para que eu superasse limites que nem imaginava ser possível ultrapassar. Sou imensamente grata pela oportunidade de ter ministrado minha primeira aula sob sua supervisão e também por ter iniciado minha jornada como monitora ao seu lado — experiências que marcaram profundamente minha formação.

À professora mestre Vera Bacelar, agradeço pela inspiração constante. Suas aulas iam muito além do conteúdo acadêmico: seus relatos de vida, suas palavras de motivação e seu genuíno desejo de ver cada aluno alcançar seus sonhos sempre me impulsionaram a seguir em frente com mais confiança e determinação.

Aos meus monitorados, por despertarem em mim a vocação para o ensino — algo que eu jamais imaginei ser capaz de desenvolver. Cada troca, cada dúvida e cada desafio compartilhado com vocês foi fundamental para que eu descobrisse o valor de ensinar. A convivência com vocês foi profundamente enriquecedora e transformadora.

Aos professores que compõem a banca examinadora Professor Dr. Fábio Junior e professor Dr. José Natanael, agradeço imensamente pela generosidade em aceitarem compor

esta banca avaliadora. Suas observações e contribuições serão de grande importância para o aprimoramento deste trabalho e para a consolidação da minha formação acadêmica.

À Universidade Federal do Delta do Parnaíba (UFDPar), expresso minha sincera gratidão pela oportunidade de formação e por oferecer um ambiente de acolhimento, incentivo ao conhecimento e crescimento pessoal e profissional. Foi nesse espaço que vivi experiências únicas e amadureci enquanto estudante e cidadão.

E gostaria de agradecer a todos que estão aqui presentes e também aos que estão acompanhando pelo Meet. A presença de vocês, seja de perto ou à distância, significa muito para mim. Obrigada por estarem comigo nesse momento tão importante.

A todos e a cada um que, de alguma forma, fez parte dessa trajetória, o meu muito obrigada.

Dedico este trabalho à minha família, por todo o amor e apoio. E à memória do meu amigo Kauan, que, mesmo ausente fisicamente, continua presente em tudo o que faço. Este trabalho é também por ele.

RESUMO

Este trabalho investiga a existência de uma relação de cointegração entre o desempenho do mercado acionário brasileiro, representado pelo Ibovespa, e variáveis macroeconômicas relevantes, como taxa de câmbio, taxa de juros, inflação e risco-Brasil. O objetivo é analisar como essas variáveis influenciam o comportamento de longo prazo do índice, no período de janeiro de 2000 a julho de 2024. A pesquisa adota uma abordagem quantitativa, utilizando testes de raiz unitária (ADF e PP) para verificar a estacionariedade das séries temporais, além do teste de cointegração de Johansen e o modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM). Os resultados indicam que todas as séries são integradas de ordem um e apresentam ao menos um vetor de cointegração, evidenciando uma relação de equilíbrio de longo prazo entre o Ibovespa e as variáveis analisadas. Conclui-se que os choques nas variáveis macroeconômicas possuem efeitos significativos sobre o índice, sendo fundamentais para a tomada de decisão dos investidores.

Palavras-Chave: Séries temporais; Mercado financeiro; Análise econométrica.

ABSTRACT

This study investigates the existence of a cointegration relationship between the performance of the Brazilian stock market, represented by the Ibovespa index, and relevant macroeconomic variables, such as exchange rate, interest rate, inflation, and country risk. The objective is to analyze how these variables influence the long-term behavior of the index, covering the period from January 2000 to July 2024. The research adopts a quantitative approach, using unit root tests (ADF and PP) to verify the stationarity of the time series, in addition to the Johansen cointegration test and the Vector Error Correction Model (VECM). The results indicate that all series are integrated of order one and present at least one cointegration vector, highlighting a long-term equilibrium relationship between the Ibovespa and the analyzed variables. It is concluded that shocks in macroeconomic variables have significant effects on the index, being fundamental for investor decision-making.

Keywords: Time series; Financial market; Econometric analysis.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valor de Mercado da Carteira do Ibovespa	20
Tabela 2 - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	47
Tabela 3 - Teste de raiz unitária de Phillips e Perron (PP).....	47
Tabela 4 - Determinação do número de defasagens no modelo VAR	48
Tabela 5 - Teste de cointegração de Johansen	48
Tabela 6 - Vetor de cointegração normalizado para a variável LIBOV	49
Tabela 7 - Coeficientes do modelo VEC para o vetor do Índice Bovespa	50

LISTA DE QUADRO

Quadro 1 – Metodologia e transformações das variáveis	45
---	----

LISTA DE FIGURA

Figura 1 - Estrutura do Mercado Financeiro	16
--	----

LISTA DE SIGLAS

ADF	<i>Dickey-Fuller Aumentado</i>
ADR's	<i>American Depositary Receipts</i>
AIC	<i>Akaike</i>
AR (1)	Modelo Autoregressivo de Primeira Ordem
BC	Banco Central
BM&F	Bolsa de Mercadorias e Futuros
BM&FBOVESPA	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros
Bovespa	Bolsa de Valores de São Paulo
Cetip	Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos
CMN	Conselho Monetário Nacional
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
EUA	Estados Unidos da América
FAVAR	<i>Factor-Augmented Vector Autoregressive</i>
FPE	Erro final de previsão
HQ	<i>Hannan-Quinn</i>
Ibovespa	Índice de preços da Bolsa de Valores de São Paulo
IGP-M	Índice Geral de Preços do Mercado
KPSS	<i>Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>
LM	Multiplicador de <i>Lagrange</i>
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
ORTN	Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional
PAEG	Plano de Ação Econômica do Governo
PIB	Produto interno bruto
PP	<i>Phillips-Perron</i>
SC	<i>Schwarz</i>
SEC	<i>Securities and Exchange Commission</i>
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
VAR	Modelo Vetor Autorregressivo
VEC	Mecanismo de Correção de Erros
VECM	Modelo Vetorial de Correção de Erros
VMA	Média Móvel infinita

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. Considerações gerais.....	14
1.2. A importância do mercado de capitais	15
1.3. Mercado de capitais brasileiro.....	17
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	22
3. METODOLOGIA.....	25
3.1. Análise de séries temporais.....	25
3.2. Teste de raiz unitária	26
3.3. Modelo Vetor Autorregressivo (VAR)	28
3.4. Estabilidade e estacionariedade	31
3.5. Estimção, análise e previsão	35
3.5.1. Estimção	35
3.5.2. Função Impulso-Resposta	36
3.5.3. Decomposição da Variância.....	39
3.6. Não estacionariedade e cointegração.....	42
3.6.1. Modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM)	42
3.6.2. Teste de Cointegração de Johansen	43
3.7. Variáveis e dados.....	44
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	47
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	52
REFERÊNCIAS	54

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações gerais

O desenvolvimento econômico sustentável depende, sobretudo, da expansão contínua da capacidade de produção. Essa expansão, por sua vez, está diretamente ligada aos investimentos em capital e recursos humanos, que promovem, quando eficientes, a acumulação do capital produtivo e o aumento da produtividade do capital e da mão-de-obra. Sendo assim, à medida que os investimentos são direcionados às alternativas com maiores retornos (econômicos e sociais), o crescimento se acelera (Nobrega *et al*; 2000). Outro componente fundamental desse processo é a poupança, já que esta viabiliza os investimentos. A melhor combinação desses fatores da origem a um círculo virtuoso de desenvolvimento, que garante à sociedade níveis crescentes de bem-estar e redução da pobreza. Elevadas taxas de poupança e alta eficiência em sua intermediação são, inclusive, características marcantes de países desenvolvidos ou em acelerado processo de desenvolvimento. Portanto, fica evidente que o crescimento econômico está diretamente associado a elementos que incentivam a formação de poupança e sua intermediação eficiente.

Dentre os principais caminhos de associação da poupança ao investimento, o financiamento via mercado de capitais, mais especificamente, o mercado acionário é considerado o mais eficiente, devido a fatores, como: a redução do risco de novos investimentos, o constante incentivo à inovação, e a democratização e socialização do capital. Segundo Neto e Félix (2002), o financiamento por meio de emissão de ações, ao contrário do autofinanciamento, do fomento estatal e do mercado de crédito, é capaz de “pulverizar” os riscos dos empreendimentos de uma empresa de capital aberto para toda a sociedade. Fama (1970) ainda explica que o mercado de capitais é essencial para o desenvolvimento econômico de um país, por alocar poupança a recursos de investimentos, função que ao ser desempenhada, fornece sinais importantes à formação dos preços dos títulos, que devem refletir as informações existentes no sistema econômico a qualquer tempo.

Ao longo das últimas décadas, o mercado acionário passou a desempenhar um papel cada vez mais relevante no cenário financeiro internacional. Entre 2000 e 2024, o valor de mercado global das bolsas aumentou de aproximadamente US\$ 30 trilhões para mais de US\$ 110 trilhões, segundo dados da *World Federation of Exchanges*. No Brasil, o número de investidores pessoa física cresceu de menos de 100 mil no início dos anos 2000 para mais de 5 milhões em 2024, de acordo com dados da B3. Além disso, o valor de mercado da carteira teórica do Ibovespa saltou de cerca de R\$ 292 bilhões em 2000 para mais de R\$ 3,5 trilhões em 2024, evidenciando a crescente importância do mercado de ações brasileiro na alocação de

capital e na sinalização de expectativas econômicas. Assim, países em processo de desenvolvimento, seguindo a tendência mundial, abrem suas economias visando à obtenção de capital externo para o crescimento do volume de negócios e da eficiência alocativa, garantindo o desenvolvimento econômico nacional.

No Brasil, o mercado acionário iniciou-se em meados da década de 1960, com a criação da Lei do Mercado de Capitais, responsável por disciplinar o mercado e estabelecer medidas para o seu desenvolvimento. Contudo, o mercado brasileiro só obteve relevância no cenário mundial a partir de 1994, após a implementação do programa de estabilização econômica, o Plano Real, e a regulamentação do Anexo IV, legislação chave para a liberalização do mercado acionário brasileiro ao investidor estrangeiro.

O principal medidor de desempenho do mercado de capitais brasileiro é o Índice de preços da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa), índice que espelha o desempenho/comportamento dos principais papéis negociados na Bolsa de Valores. Diversos fatores macroeconômicos fazem com que este índice varie diariamente, como é o caso dos índices de juros, câmbio, produção industrial, preço do petróleo, inflação e risco-país. Nesse sentido, variações nesses índices podem interferir na tomada de decisão dos investidores, prejudicando ou contribuindo com o investimento em renda variável.

Desse modo, o presente estudo busca determinar a influência das variáveis macroeconômicas sobre o mercado de ações brasileiro, mais especificamente, sobre o Ibovespa, de janeiro de 2000 a julho de 2024, para auxiliar o investidor na tomada de decisão. No tópico a seguir será realizada uma breve discussão da importância do mercado de capitais para o desenvolvimento econômico e social de uma economia. Em seguida será abordada a evolução do mercado de capitais no Brasil, sendo descrito os principais marcos legais ocorridos ao longo de sua história, e os resultados práticos que os mesmos promoveram para o desenvolvimento desta importante ferramenta.

1.2. A importância do mercado de capitais

Algumas das decisões mais relevantes tomadas pelos agentes econômicos, as famílias, as empresas e o governo dizem respeito ao consumo, à poupança e ao investimento. As famílias consomem parte de sua renda e poupam outra parte para se precaverem das incertezas futuras. As empresas e o governo necessitam de recursos para realizar investimentos produtivos: compra de máquinas, desenvolvimento de infraestrutura, entre outros.

O mercado financeiro é o ambiente onde ocorrem as operações e serviços oferecidos pelas instituições financeiras destinadas a possibilitar o fluxo de recursos monetários entre os agentes econômicos. Para garantir equilíbrio entre todos os participantes, esse ambiente deve

ser regulado e controlado pela autoridade monetária do país.

O mercado financeiro pode ser dividido em quatro principais segmentos:

- mercado monetário;
- mercado de crédito;
- mercado cambial; e
- mercado de capitais.

Essa divisão não é rigorosa e, na prática, os agentes do mercado financeiros podem, em determinada operação, utilizar simultaneamente produtos e serviços de mais de um segmento. Essa inter-relação entre os segmentos do mercado financeiro está representada na figura abaixo.

Figura 1 - Estrutura do Mercado Financeiro



Fonte: Mercado Financeiro do autor Assaf Neto.

- O mercado monetário que envolve as operações com títulos públicos, tem como objetivo controlar a liquidez e a taxa de juro básica da economia. Nesse mercado a autoridade monetária controla os meios de pagamento e conduz a política monetária, gerenciando as operações de mercado aberto, operações de redesconto e os depósitos compulsórios;
- O mercado de crédito abrange as operações de empréstimo e financiamento para fortalecimento de capital de giro ou investimentos entre os agentes econômicos;
- O mercado cambial compreende as operações de troca de moedas originadas principalmente pelas transações comerciais e de remessa de divisas;
- O mercado de capitais envolve as operações de médio e longo prazo com títulos mobiliários emitidos pelas empresas, onde, em geral, instituições financeiras especializadas estruturam operações e proporcionam o “encontro” entre os agentes

superavitários e os demandantes de recursos para investimentos tanto em capital fixo como em capital de giro.

1.3. Mercado de capitais brasileiro

A Comissão de Valores Mobiliários (2025) descreve a história do mercado de valores mobiliários no Brasil, através das principais leis, normas, incentivos fiscais e instituições criadas ao longo de sua formação.

No Brasil, antes da década de 60, o mercado de capitais praticamente inexistia. Investidores brasileiros aplicavam seu capital principalmente em ativos reais, evitando títulos públicos ou privados. Além da inflação crescente, outro fato que prejudicava o desenvolvimento do mercado de capitais no país era a legislação, que limitava em 12% ao ano a taxa máxima de juros. Porém, a partir de meados dos anos 1960, ocorreram algumas alterações na legislação que promoveram um crescimento do mercado de capitais.

Em 1964/1965, através do Plano de Ação Econômica do Governo (PAEG), ocorreram algumas reformas institucionais importantes para o desenvolvimento do mercado. A reestruturação do mercado financeiro nacional se deve principalmente à aprovação de três leis: a Lei nº 4.537, a qual instituiu a correção monetária, através da criação das ORTN (Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional), a Lei 4.595, que reformulou todo o sistema nacional de intermediação financeira e criou o Conselho Monetário Nacional (CMN) e o Banco Central (BC), e a Lei nº 4.728, primeira Lei de Mercado de Capitais, que veio a disciplinar esse mercado e estabelecer as medidas necessárias para o seu desenvolvimento. Com base nas diretrizes da Lei de Mercado de Capitais foi criado:

...um quadro institucional que se baseava no modelo norte-americano, através do qual se teve a regulamentação dos bancos de investimento, bancos comerciais, bancos de desenvolvimento, financeiras, bolsa de valores, corretoras e distribuidoras, esta nova estruturação possibilitou que os investidores tivessem um acesso a um “novo mundo” onde poderiam aplicar o seu capital conforme aquilo que lhes parecia mais atrativo (Miranda, 2010, p.7).

A aplicação de tais legislações deu início a uma série de alterações no mercado de capitais brasileiro, como: a reformulação da legislação sobre Bolsa de Valores, a transformação dos corretores de fundos públicos em sociedades corretoras, a criação dos bancos de investimento e da Diretoria de Mercado de Capitais, responsável por regulamentar e fiscalizar o mercado de capitais brasileiro.

Em 1967, foi criado o fundo 157, um dos incentivos fiscais mais representativos do

governo que resultou no chamado “boom de 1971”, que ocorreu na Bolsa de Valores do Rio de Janeiro devido ao significativo aumento da demanda por ações, sem que as emissões acompanhassem o mesmo ritmo. Entretanto, em meio a este intenso movimento especulativo, algumas operações de oferta de ações eram realizadas sem a devida estrutura, causando grandes prejuízos ao mercado de capitais que ficou conhecido como uma grande “aposta” devido à sua grande volatilidade.

Em 1976, na tentativa de superar o quadro de estagnação, o governo introduziu duas novas leis, a Lei nº 6.404, nova Lei das Sociedades Anônimas, e a Lei nº 6.385, que viria a ser a segunda Lei do Mercado de Capitais, na qual foi criada a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), instituição governamental responsável por regulamentar e desenvolver o mercado de capitais, fiscalizar as Bolsas de Valores e as companhias abertas. No mesmo ano, foi criada a Lei 6.404 que definia a regulamentação da estrutura básica a ser seguida pelas empresas em sua contabilidade, direitos e deveres dos acionistas e dirigentes, legalidade, prestação de contas, responsabilização, dentre outros fatores.

A fim de fomentar e desenvolver o mercado de capitais nacional, em 1987, iniciou-se o processo de internacionalização do mercado de capitais a partir da Resolução nº 1.289 do CMN e seus Anexos de I a V que regulamentaram a entrada de capital estrangeiro para investimento no mercado de capitais doméstico. Em 1991, passou a vigorar a resolução nº 1.832 do CMN, onde foi aprovado o Anexo IV, legislação determinante no processo de liberalização do mercado brasileiro ao investidor estrangeiro. Esta previa disciplinar a criação e administração de carteiras de ativos mantidas no Brasil por investidores constituídos no exterior.

Grosso (2004) aponta a implementação do Plano Real, em 1994, como peça fundamental para o desenvolvimento do mercado de capitais brasileiro, visto que garantiu a estabilização da economia eliminando a elevada inflação que já perdurava a, aproximadamente, trinta anos. Após a implementação do plano, foi reestabelecida a confiança dos investidores internacionais que passaram a investir maciçamente no mercado doméstico. O maior fluxo de capital estrangeiro determinou um grande salto no desenvolvimento do mercado de capitais nacional, de modo que a capitalização via mercado acionário apresentou um aumento, tanto no volume de comércio, quanto em sua eficiência alocativa.

Durante a década de 90, devido à aceleração do processo de abertura da economia brasileira, outro movimento que se iniciou no mercado de capitais nacional foi o acesso de empresas brasileiras no mercado externo por meio da listagem de suas ações em bolsas de valores estrangeiras, principalmente na Bolsa de Valores de Nova York, sob a forma de ADR's

(*American Depositary Receipts*), para assim, aumentar o nível de capitalização das mesmas. As companhias brasileiras que optavam por lançar seus valores mobiliários no exterior eram obrigadas a seguir as normas impostas pela SEC (*Securities and Exchange Commission*), órgão regulador do mercado de capitais norte-americano.

As normas da SEC, no geral, eram relacionadas aos aspectos contábeis e à divulgação de informações, baseando-se nos princípios da Governança Corporativa¹. Assim sendo, a exigência de novos investidores crescia, passando a cobrar práticas mais avançadas do que as convencionais adotadas pelas empresas no mercado de ações nacional. Destarte, o mercado de capitais brasileiro começou a perder espaço para outros mercados, devido a não implementação imediata das regras diferenciadas de governança, que já eram praticadas nos mercados externos por países emergentes. A falta de transparência na gestão unida à ausência de instrumentos adequados de supervisão das companhias influenciou a percepção do risco e, conseqüentemente, aumentaram o custo de capital das empresas.

Para remediar tais problemas e lidar com a globalização dos negócios foram realizadas inúmeras mudanças institucionais, visando fortalecer o mercado acionário nacional. No ano 2000, ocorreu a integração de todas as bolsas de valores brasileiras (bolsas de valores do Rio de Janeiro, de Minas-Espírito Santo-Brasília, do Extremo Sul, de Santos, da Bahia-Sergipe-Alagoas, de Pernambuco, da Paraíba, do Paraná e a Bolsa Regional) em torno de um único mercado de valores, a Bovespa (Bolsa de Valores de São Paulo). Em 2007, a Bovespa, que até então era uma associação sem fins lucrativos, passou a se constituir na forma de uma sociedade anônima após abrir seu capital. Em 2008, a Bovespa se uniu à Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), dando origem a Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA), sendo chamada de a 'Nova Bolsa'.

A B3 S.A. – Brasil, Bolsa, Balcão foi criada em 2017 a partir da fusão da BMF&Bovespa – Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros – com a Cetip, empresa prestadora de serviços financeiros de balcão organizado como registros, depósitos, negociações e liquidações de títulos de renda fixa e outros instrumentos financeiros. A B3 foi constituída como uma sociedade de capital aberto emitindo somente ações negociadas no Novo Mercado. O Novo Mercado é um segmento da Bolsa em que as empresas de capital aberto se comprometem a adotar as melhores práticas de Governança Corporativa.

¹ Pode-se entender a Governança Corporativa como a preocupação pela transparência da forma como uma empresa deve ser dirigida e controlada e sua responsabilidade nas questões que envolvem toda a sociedade. Em outras palavras, a Governança Corporativa é um sistema de valores que rege as empresas, tanto em suas relações internas como externas.

A Tabela 1, que apresenta números reais, ilustra a evolução do mercado acionário brasileiro, exibindo o número de companhias nacionais listadas na B3, o número de companhias do índice e o valor de mercado² da carteira do principal índice de preços da Bolsa de Valores de São Paulo, o Ibovespa.

Tabela 1 – Valor de Mercado da Carteira do Ibovespa

Ano	Nº Total de Companhias Aberta	Nº de Companhias do Ibovespa	Valor de Mercado R\$
2000	457	44	292.848.135.715,31
2001	426	48	294.498.513.157,33
2002	396	48	294.017.021.302,36
2003	367	45	493.633.378.332,31
2004	357	45	642.025.875.690,20
2005	342	48	841.225.776.500,14
2006	347	47	1.180.653.283.021,59
2007	395	57	1.764.960.547.416,13
2008	383	59	1.087.639.848.491,75
2009	377	55	1.739.615.214.143,77
2010	373	62	2.070.751.900.267,21
2011	366	63	1.833.723.052.452,05
2012	353	63	1.961.800.148.386,37
2013	352	66	1.889.777.530.141,75
2014	351	66	1.824.499.232.461,84
2015	345	60	1.591.222.118.061,16
2016	338	55	2.078.361.495.216,37
2017	335	56	2.575.883.889.287,88
2018	334	63	2.894.364.336.823,38
2019	324	65	3.827.102.474.651,63
2020	345	74	4.158.361.108.108,46
2021	381	88	3.706.401.135.819,20
2022	361	88	3.542.609.171.813,73
2023	344	83	4.060.599.561.790,38
2024	345	84	3.553.405.560.987,08

Fonte: Banco Mundial e B3, 2025.

Pela análise da Tabela 1, observa-se que uma diminuição significativa do número de companhias listadas na Bovespa durante o ano de 2000 a 2024. O número de companhias listadas em 2023, quando comparado com 2000, aponta para uma redução de 112 empresas. De acordo com Santos (2023), essa queda pode ser explicada pela dificuldade na obtenção de recursos financeiros, desinteresse em listar e recuperação judicial.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta a revisão de literatura, reunindo contribuições teóricas e empíricas sobre a relação entre variáveis

² É o valor de mercado das empresas emissoras de ações integrantes da carteira teórica do índice. Esse valor é apurado pelo resultado da multiplicação da quantidade de cada tipo/classe de ação de emissão da empresa pela sua respectiva cotação de mercado. Leva em consideração o último dia útil do mês de referência.

macroeconômicas e o mercado acionário. O Capítulo 3 descreve a metodologia utilizada, com foco na modelagem econométrica de séries temporais. O Capítulo 4 expõe os resultados da análise empírica. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais, com as principais conclusões e sugestões para pesquisas futuras.

2. REVISÃO DE LITERATURA

A análise da cointegração entre o IBOVESPA e variáveis macroeconômicas demanda atenção à forma como os fluxos de capital internacional respondem aos fundamentos financeiros. Di Giovanni (2005), ao investigar fusões e aquisições (M&A) transfronteiriças, conclui que o desenvolvimento do mercado financeiro doméstico — mensurado pela capitalização da bolsa em relação ao PIB — é um dos principais determinantes para os investimentos externos. Esse resultado indica que países com maior profundidade financeira, como o Brasil em determinados períodos, tendem a atrair e emitir mais fluxos de capital, o que pode afetar a formação de preços do mercado acionário e justificar a existência de relações de cointegração com variáveis macroeconômicas, como PIB, taxa de juros e volume de crédito.

Complementarmente, Fratzscher (2012) destaca que os fluxos de capital para mercados emergentes, como o brasileiro, são determinados tanto por fatores globais (*push*) quanto domésticos (*pull*), sendo que os primeiros dominam em momentos de crise, enquanto os segundos ganham força na recuperação. Essa distinção entre os motores externos e internos dos fluxos de capitais é fundamental para o entendimento da cointegração entre o IBOVESPA e variáveis como taxa de câmbio, risco-país e taxa de juros, que são sensíveis a choques globais. Além disso, a qualidade institucional e a estabilidade das políticas econômicas aparecem como elementos para explicar as diferenças na sensibilidade dos fluxos entre países, o que reforça a importância de considerar variáveis estruturais no modelo.

A relação entre macroeconomia e preços de ativos em tempo real é explorada por Andersen *et al.* (2007), que demonstram como os mercados de ações, câmbio e títulos reagem de forma intensa e rápida às notícias macroeconômicas, especialmente nos Estados Unidos, Alemanha e Reino Unido. Os autores destacam que os retornos e a volatilidade dos ativos são diretamente influenciados por surpresas em indicadores como inflação, crescimento e taxa de desemprego, e que a reação dos mercados varia conforme o ciclo econômico. A aplicabilidade dessa abordagem ao Brasil é evidente, pois o IBOVESPA reage fortemente a anúncios econômicos, o que sugere uma forte ligação entre expectativas macroeconômicas e preços acionários, configurando um ambiente propício à cointegração.

Segal, Shaliastovich e Yaron (2015) introduzem uma distinção entre dois tipos de incerteza: a “boa” — relacionada a choques positivos no crescimento — e a “ruim” — ligada a choques negativos. A análise mostra que esses tipos de incerteza possuem efeitos opostos sobre os preços dos ativos e o crescimento futuro, com a incerteza ruim deprimindo os preços e a boa aumentando as expectativas de retorno. No contexto brasileiro, onde a volatilidade macroeconômica é elevada e frequentemente associada a choques negativos (como crises

fiscais e instabilidade política), a incerteza ruim pode ser um fator explicativo da cointegração entre o IBOVESPA e variáveis como risco-país, taxa de câmbio e expectativa de inflação.

A relação entre derivativos e macroeconomia é abordada por Hong e Yogo (2012), que argumentam que o volume de contratos futuros em aberto é um indicador mais eficaz da atividade econômica futura do que os próprios preços futuros. Os autores demonstram que o interesse em futuros de commodities, títulos e moedas está positivamente correlacionado com a atividade econômica e com os retornos futuros dos ativos. Isso sugere que variáveis relacionadas ao mercado de derivativos podem capturar expectativas e informações que afetam diretamente o mercado acionário.

Gilchrist, Yankov e Zakrajšek (2009) examinam o impacto dos spreads de crédito corporativo sobre a atividade econômica e demonstram que aumentos inesperados nesses spreads estão associados a contrações econômicas significativas. A análise mostra que os spreads de títulos de empresas de risco médio têm maior poder preditivo do que aqueles de empresas altamente arriscadas, indicando que os preços dos ativos financeiros incorporam sinais antecipados da atividade econômica. No Brasil, o mercado de crédito corporativo é um canal relevante de transmissão para o mercado acionário, especialmente em momentos de restrição de liquidez.

O estudo de Tan *et al.* (2020) expande a análise da interação entre o mercado de carbono e os mercados financeiros e energéticos, destacando que ativos como as licenças de carbono europeias (EUA) possuem vínculos significativos, embora moderados, com mercados de commodities e ações, mas não com títulos. A identificação de transbordamentos de retorno e de volatilidade mostra que choques estruturais e fatores macroeconômicos, como risco financeiro global, afetam a conectividade entre os mercados. A inclusão de variáveis ambientais e de risco sistêmico amplia a compreensão da dinâmica entre o IBOVESPA e o contexto macroeconômico global, especialmente diante da crescente importância da sustentabilidade financeira e das transições energéticas.

A pesquisa de Gilchrist, Yankov e Zakrajšek (2009) — reiterada por metodologias como o FAVAR (*Factor-Augmented Vector Autoregressive*) — revela que choques oriundos do mercado de crédito corporativo explicam até 30% das flutuações da atividade econômica nos Estados Unidos entre 1990 e 2008. Essa evidência corrobora a hipótese de que movimentos nos spreads de crédito afetam a economia real e, por consequência, os preços dos ativos.

A literatura brasileira tem contribuído significativamente para o entendimento da relação entre o mercado acionário e variáveis macroeconômicas, especialmente a partir dos anos 2000, com o avanço da modelagem econométrica e a estabilização econômica

proporcionada pelo Plano Real.

O trabalho de Silva e Coronel (2012) analisou a existência de cointegração entre o Ibovespa e variáveis macroeconômicas como taxa Selic, inflação e câmbio, utilizando dados mensais do período de 1999 a 2010. Através da aplicação dos testes de Johansen e da função impulso-resposta, os autores concluíram que existe uma relação de equilíbrio de longo prazo entre o índice acionário e as variáveis estudadas. Além disso, identificaram causalidade no sentido de Granger, sugerindo que mudanças nessas variáveis podem antecipar movimentos no Ibovespa, especialmente em períodos de instabilidade econômica.

De forma complementar, Bernardelli, Henz e Ferreira (2020) investigaram a cointegração entre a taxa Selic e o Ibovespa no período de 2000 a 2019. Por meio da aplicação do modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM), os autores observaram que a taxa básica de juros exerce influência significativa sobre o comportamento do mercado acionário brasileiro. O estudo evidencia o papel central da política monetária na dinâmica de preços dos ativos financeiros no país, reforçando a hipótese de existência de vínculos de longo prazo entre essas variáveis.

3. METODOLOGIA

3.1. Análise de séries temporais

Um processo estocástico é estacionário, ou mais especificamente possui fraca estacionariedade, quando possui média e variância constante no tempo e a covariância entre valores defasados da série depende apenas da defasagem, isto é, da “distância” temporal entre elas (Enders, 2010). Pode ser expresso algebricamente ser pelas equações:

$$\text{Média: } E(Y_t) = E(Y_{t-s}) = \mu \quad (\text{Equação 1})$$

$$\text{Variância: } Var(Y_t) = Var(Y_{t-s}) = \sigma_Y^2 \quad (\text{Equação 2})$$

$$\text{Covariância: } Cov(Y_t, Y_{t-s}) = Cov(Y_{t-j}, Y_{t-s-j}) = \gamma_s \quad (\text{Equação 3})$$

onde: μ , σ_Y^2 e γ_s , são constantes.

Ao analisar uma série temporal alguns cuidados devem ser tomados a respeito da estacionariedade da série. Como frequentemente ocorrem equívocos acerca da tendência estocástica ao realizar uma inspeção visual da série, então utiliza-se o teste de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) para verificar a estacionariedade e determinar a ordem de integração das variáveis:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (\text{Equação 4})$$

onde: β_1 é o intercepto; t é a tendência; Δ é o operador diferença ($\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$); ε_t é um termo de erro ruído branco puro. O número de termos de diferença defasados a serem incluídos é frequentemente determinado empiricamente, a ideia é incluir termos suficientes para que o termo de erro seja serialmente não correlacionado, para que se obter uma estimativa não viesada de d , o coeficiente defasagem de Y_{t-1} .

Para testar a estacionariedade de uma série temporal, utilizam-se os chamados testes de raiz unitária, que verificam formalmente se a série possui ou não uma raiz unitária — isto é, se é não estacionária. Os testes mais comuns na literatura econômica são:

- Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF)
- Teste de Phillips-Perron (PP)
- Teste KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin)

3.2. Teste de raiz unitária

O teste de raiz unitária testa a hipótese nula, ($H_0: d = 0$), que há uma raiz unitária, ou a série temporal é não estacionária, ou possui uma tendência estocástica, contra a hipótese alternativa, ($H_1: d < 0$), que a série temporal é estacionária, possivelmente em torno de uma tendência determinística. Rejeita-se qualquer possibilidade de que $d > 0$, porque nesse caso a série temporal seria explosiva.

Em sequência divide-se o d estimado erro-padrão para calcular a estatística tau ($\hat{\tau}$) (Dickey-Fuller, 1979):

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\delta}}{s(\hat{\delta})}$$

(Equação 5)

O critério de rejeição é: se $\hat{\tau} < \tau$, em que τ são os valores críticos obtidos por meio de experimentos de Monte Carlo, rejeita-se a hipótese nula e conclui-se que a série não possui raiz unitária, ou seja, é estacionária. Por outro lado, não rejeitar a hipótese nula significa admitir que a série possui uma raiz unitária, sendo assim, não é estacionária.

Além do teste convencional de raiz unitária ADF, utiliza-se o teste de raiz unitária Phillips-Perron (1988) ou, abreviadamente, teste PP, que é especificado independente das ordens p e q do modelo. O teste PP é uma generalização do teste anterior, na qual faz uma correção não paramétrica, permitindo que os erros sejam correlacionados e possivelmente heterocedásticos. A interpretação é análoga ao teste de Dickey-Fuller, pois as equações estimadas e os testes são idênticos.

Considere a seguinte regressão:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

(Equação 6)

Neste caso, a estatística Z é calculada por:

$$Z = n\hat{\delta}_n - \frac{n^2\sigma^2}{2S_n^2} (\hat{\gamma}_n^2 - \hat{\gamma}_{0,n})$$

(Equação 7)

onde:

$$\hat{\gamma}_{j,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1+j}^n r_i r_{i-j}$$

$$\hat{\gamma}_n^2 = \hat{\gamma}_{0,n} + 2 \sum_{j=1}^q \left(1 - \frac{j}{q+1}\right) \hat{\gamma}_{j,n}$$

$$s_n^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n r_i^2$$

(Equação 8)

em que r_i representa o resíduo em y_i utilizando estimadores de mínimos quadrados, k é o número de covariáveis na regressão e q é o número de defasagens utilizadas para calcular $\hat{\gamma}_n^2$.

Nota-se que Z é a estatística de Dickey-Fuller e, portanto, tem a mesma distribuição da estatística do teste ADF, calculada por Dickey-Fuller.

Um dos problemas do teste de raiz unitária ADF é o baixo poder de rejeitar a hipótese nula para muitas séries com indicadores econômicos, podendo encontrar uma raiz unitária mesmo quando não existe nenhuma, por esse motivo utiliza-se o teste de raiz unitária de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992), denominado de teste KPSS, para complementar os testes de raiz unitária realizadas anteriormente.

A principal diferença do teste KPSS em relação aos testes ADF e PP, é a inversão das hipóteses, onde na hipótese nula, ($H_0: y_t \sim I(0)$), o modelo não possui raiz unitária, a série é estacionária, contra a hipótese alternativa, ($H_1: y_t \sim I(1)$), que o modelo possui raiz unitária, a série é não estacionária.

Seja y_t , $t = 1, 2, \dots, T$ a série temporal observada para qual deseja-se testar a estacionariedade. Assumindo que pode decompor a série na soma da tendência determinística, um passeio aleatório e um erro estacionário:

$$y_t = \xi t + r_t + \epsilon_t$$

(Equação 9)

em que o r_t é um passeio aleatório:

$$r_t = r_{t-1} + u_t$$

(Equação 10)

onde u_t é independente e identicamente distribuído, i.i.d ($0, \sigma_u^2$). O valor inicial de r_0 é tratado como fixo e cumpre o papel de intercepto. A hipótese de estacionariedade é simplesmente $\sigma_u^2 = 0$. Uma vez que ϵ_t é assumido como estacionário, sob a hipótese nula, y_t é estacionária em torno de uma tendência. Também é considerado o caso especial do modelo $y_t = \xi t + r_t + \epsilon_t$, em que $\xi = 0$, nesse caso sob hipótese nula, y_t é estacionária em torno de um nível (r_0). Seja $\epsilon_t = 1, 2, \dots, T$ o resíduo da regressão de y_t com intercepto, e seja $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ a estimativa usual da

variância de erro desta regressão:

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{SQE}{T}$$

(Equação 11)

onde, SQE é soma dos quadrados dos erros e T é o número de observações.

A estatística usada é do multiplicador de Lagrange, conhecida como LM. Define-se a soma parcial dos resíduos, S_t , como:

$$S_t = \sum_{i=1}^t e_i, t = 1, 2, \dots, T$$

(Equação 12)

então, a estatística do multiplicador de Lagrange, LM é dada por:

$$LM = \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{\hat{\sigma}_\epsilon^2}$$

(Equação 13)

Os valores da estatística de teste LM são comparados com valores críticos da distribuição para dar suporte a tomada de decisão.

3.3. Modelo Vetor Autorregressivo (VAR)

O modelo VAR³ foi introduzido pelo trabalho seminal de Christopher Sims, *Macroeconomics and Reality* (Sims, 1980), como uma técnica que poderia ser utilizada pelos economistas para caracterizar o comportamento dinâmico conjunto de uma coleção de variáveis. O ponto de partida do autor é o fato de a teoria econômica não determinar ao certo quais variáveis são endógenas e quais são exógenas. Por isso, ele propõe que todas sejam tratadas simetricamente como endógenas. Cada variável é explicada por suas próprias defasagens e pelas defasagens das outras variáveis. Os VARs foram frequentemente defendidos como uma alternativa aos modelos estruturais de equações simultâneas em larga escala. Sendo assim, considere um sistema bivariado simples formado pelas seguintes Equações:

$$y_t = b_{10} - b_{12} \times z_t + \gamma_{11} \times y_{t-1} + \gamma_{12} \times z_{t-1} + \epsilon_{yt}$$

(Equação 14)

$$z_t = b_{20} - b_{21} \times y_t + \gamma_{21} \times y_{t-1} + \gamma_{22} \times z_{t-1} + \epsilon_{zt}$$

(Equação 15)

³ Vector Autoregressive (em inglês).

onde ε_{yt} e ε_{zt} são distúrbios ruídos brancos com desvios padrões iguais, respectivamente a σ_y e σ_z . As Equações (14) e (15) formam um vetor regressivo de primeira ordem, já que a maior defasagem é igual a um. Os termos y_t e z_t representam a dinâmica contemporânea, relaxando a hipótese de restrição de *feedback*⁴. Para colocá-lo na forma reduzida, o modelo é descrito na forma matricial a partir do rearranjo:

$$y_t + b_{12} \times z_t = b_{10} + \gamma_{11} \times y_{t-1} + \gamma_{12} \times z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t + b_{21} \times y_t = b_{20} + \gamma_{21} \times y_{t-1} + \gamma_{22} \times z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

(Equação 16)

a partir da qual obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_t$$

(Equação 17)

que podemos simplificar como:

$$B \times x_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 \times x_{t-1} + \varepsilon_t$$

(Equação 18)

onde $B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}$, $x_t = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t$, $\Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}$, $\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}$, $\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_t$. A matriz B é uma matriz 2×2 que define as restrições contemporâneas entre as variáveis que constituem o vetor 2×1 , x_t ; Γ_0 é um vetor de constantes 2×1 ; Γ_1 é uma matriz 2×2 que contém os coeficientes associados aos valores defasados das variáveis; e ε_t é o vetor 2×1 dos termos de erro de previsão em cada variável dependente. A Equação (18) expressa as relações entre as variáveis endógenas, frequentemente decorrentes de um modelo econômico teoricamente estruturado, e por isso, chama-se forma estrutural. Os choques ε_t são denominados choques estruturais, porque afetam individualmente cada uma das variáveis endógenas. Por causa da endogeneidade das variáveis, esse modelo é normalmente estimado em sua forma reduzida. Pré-multiplicando a Equação 18 por:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1 - b_{21} \times b_{12}} \times \begin{bmatrix} 1 & -b_{21} \\ -b_{12} & 1 \end{bmatrix}$$

⁴ Relação onde há causalidade.

(Equação 19)

onde obtemos:

$$x_t = A_0 + A_1 \times x_{t-1} + e_t$$

(Equação 20)

a chamada forma reduzida, em que $A_0 = B^{-1} \times \Gamma_0$, $A_1 = B^{-1} \times \Gamma_1$ e $e_t = B^{-1} \times \varepsilon_t$. Podemos reescrever a forma reduzida como

$$y_t = a_{10} + a_{11} \times y_{t-1} + a_{12} \times z_{t-1} + e_{1t}$$

(Equação 21)

$$z_t = a_{20} + a_{21} \times y_{t-1} + a_{22} \times z_{t-1} + e_{2t}$$

(Equação 22)

Escrevendo o modelo na forma matricial

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}_t$$

(Equação 23)

Os erros na forma reduzida são combinações lineares dos erros na forma estrutural. Como $e_t = B^{-1} \times \varepsilon_t$, obtemos:

$$e_{1t} = \frac{(\varepsilon_{yt} - b_{12} \times \varepsilon_{zt})}{(1 - b_{12} \times b_{21})}$$

$$e_{2t} = \frac{(\varepsilon_{zt} - b_{21} \times \varepsilon_{yt})}{(1 - b_{12} \times b_{21})}$$

(Equação 24)

Como ε_{yt} e ε_{zt} são processos ruídos brancos, podemos concluir que e_{1t} e e_{2t} possuem média zero, variância constante e são individualmente não correlacionados. Entretanto, os erros são contemporaneamente correlacionados entre si, $E(e_{1t}, e_{2t}) \neq 0$, assim temos a representação da matriz de covariâncias dos erros e_{1t} e e_{2t} onde $\text{var}(e_{it}) = \sigma_i^2$ e $\text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) = \sigma_{12} = \sigma_{21}$:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{var}(e_{1t}) & \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \text{var}(e_{2t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

(Equação 25)

A generalização do modelo para um VAR de ordem p (número de defasagens) na forma reduzida com variáveis exógenas é direta e feita por meio da seguinte representação econométrica:

$$x_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i \times x_{t-i} + e_t \quad (\text{Equação 26})$$

O próximo passo é escolher o número de defasagens a serem incluídos no modelo VAR (p). Utilizar um número de defasagens elevado, em um modelo complexo em que se estimam muitos coeficientes cruzados, torna o poder do teste estatístico bastante deficiente. Dessa forma, podemos utilizar restrições entre Equações (*cross-equation restrictions*) e/ou critérios de informação (*information criteria*) para definir a ordem de defasagem do modelo VAR. No entanto, a definição das condições de estabilidade de modelos VAR tem direta relação com a possibilidade de estimação e realização de inferência do modelo. Na próxima seção, trataremos da condição de estabilidade e estacionariedade e, em seguida, apresentaremos os critérios de informação.

3.4. Estabilidade e estacionariedade

No modelo autoregressivo de primeira ordem, AR (1), a condição de estacionariedade implica que $|a_1| < 1$ na Equação abaixo:

$$y_t \times (1 - a_1 \times L) = a_0 + \epsilon_t \quad (\text{Equação 27})$$

De forma análoga, utilizando a Equação (16), temos:

$$x_t = A_0 + A_1 \times x_{t-1} + e_t$$

$$x_{t-1} = A_0 + A_1 \times x_{t-2} + e_{t-1}$$

$$x_t = A_0 + A_1 \times (A_0 + A_1 \times x_{t-2} + e_{t-1}) + e_t$$

$$x_t = A_0 + A_1 \times A_0 + A_1^2 \times x_{t-2} + A_1 \times e_{t-1} + e_t$$

(Equação 28)

Após n interações:

$$x_t = (I + A_1 + A_1^2 + \dots + A_1^n) \times A_0 + \sum_{i=0}^n A_1^i \times e_{t-i} + A_1^{n+1} \times x_{t-n-1}$$

(Equação 29)

Para que haja convergência, é necessário que $\lim_{n \rightarrow \infty} A_1^n = 0$. Note, ainda, que:

$$x_t = A_0 + A_1 \times x_{t-1} + e_t$$

$$x_t \times (I - A_1 \times L) = A_0 + e_t$$

$$x_t = (I - A_1 \times L)^{-1} \times (A_0 + e_t)$$

(Equação 30)

A condição de estabilidade deve requerer que as raízes de

$$\det(I - A_1 \times L) = (1 - a_{11} \times L) \times (1 - a_{22} \times L) \times (a_{11} \times a_{22} \times L^2)$$

(Equação 31)

encontrem-se fora do círculo unitário. Se esta hipótese for atendida:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \times e_{t-i}$$

(Equação 32)

com $\mu = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}$, $\bar{y} = \frac{a_{10} \times (1 - a_{22}) + a_{12} \times a_{20}}{(1 - a_{11}) \times (1 - a_{22}) - a_{12} \times a_{21}}$ e $\bar{z} = \frac{a_{20} \times (1 - a_{11}) + a_{21} \times a_{10}}{(1 - a_{11}) \times (1 - a_{22}) - a_{12} \times a_{21}}$, sendo

$$(I - A)^{-1} = \frac{1}{(1 - a_{11}) \times (1 - a_{22}) - a_{12} \times a_{21}} \times \begin{bmatrix} 1 - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & 1 - a_{11} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$x_t - \mu = \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \times e_{t-i}$$

$$E(x_t - \mu) = 0$$

$$E(x_t - \mu)^2 = E \left[\sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \times e_{t-i} \right]^2$$

(Equação 33)

Desde que $E e_t e_{t-i} = 0$ para $i \neq 0$, temos que

$$E(x_t - \mu)^2 = (I - A_1^2 + A_1^4 + A_1^6 + \dots) \times \Sigma = (1 - A_1^2)^{-1} \times \Sigma,$$

(Equação 34)

em que Σ é a matriz de variância – covariância e assim $x_t \sim I(0)$ conjuntamente. Podemos ainda determinar a condição de estabilidade, reescrevendo as Equações (21) e (22) utilizando operadores de defasagem:

$$y_t = a_{10} + a_{11} \times L \times y_t + a_{12} \times L \times z_t + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21} \times L \times y_t + a_{22} \times L \times z_t + e_{2t}$$

(Equação 35)

Ou

$$(1 - a_{11} \times L) \times y_t = a_{10} + a_{12} \times L \times z_t + e_{1t}$$

(Equação 36)

$$(1 - a_{22} \times L) \times z_t = a_{20} + a_{21} \times L \times y_t + e_{2t}$$

(Equação 37)

Podemos utilizar a Equação (35) para definir z_t

$$z_t = \frac{a_{20} + a_{21} \times L \times y_t + e_{2t}}{(1 - a_{22} \times L)}$$

$$L \times z_t = L \times \left[\frac{a_{20} + a_{21} \times L \times y_t + e_{2t}}{(1 - a_{22} \times L)} \right]$$

(Equação 38)

substituindo a Equação (36) na Equação (34), temos:

$$(1 - a_{11} \times L) \times y_t = a_{10} + a_{12} \times L \times \left[\frac{a_{20} + a_{21} \times L \times y_t + e_{2t}}{(1 - a_{22} \times L)} \right] + e_{1t}$$

(Equação 39)

$$y_t = \frac{a_{10} \times (1 - a_{22}) + a_{12} \times a_{10} + (1 - a_{22} \times L) \times e_{1t} + a_{12} \times e_{2t-1}}{[(1 - a_{11} \times L) \times (1 - a_{22} \times L) - a_{12} \times a_{21} \times L^2]} \quad (\text{Equação 40})$$

Da mesma forma para z_t :

$$z_t = \frac{a_{20} \times (1 - a_{11}) + a_{21} \times a_{10} + (1 - a_{11} \times L) \times e_{2t} + a_{21} \times e_{1t-1}}{[(1 - a_{11} \times L) \times (1 - a_{22} \times L) - a_{12} \times a_{21} \times L^2]} \quad (\text{Equação 41})$$

A convergência requer que as raízes características da Equação (42) estejam fora do círculo unitário:

$$1 - (a_{11} + a_{22}) \times L - (a_{11} \times a_{22} - a_{12} \times a_{21}) \times L^2 \quad (\text{Equação 42})$$

Essa condição também pode ser obtida através dos autovalores da matriz A (que chamamos de λ), sendo menores que 1 em módulo. Dado que estes satisfazem $\det(A - \lambda \times I) = 0$, definindo $z = 1/\lambda$ (o recíproco de λ), temos a condição para estabilidade de um modelo VAR. Assim, temos:

$$\det(A - \lambda \times I) = 0$$

$$\det \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = (a_{11} - \lambda) \times (a_{22} - \lambda) - (a_{12} \times a_{21}) = 0$$

$$z^2(a_{11} \times a_{22} - a_{12} \times a_{21}) - (a_{11} + a_{22}) \times z + 1 = 0 \quad (\text{Equação 43})$$

A Equação (42) é a Equação característica do VAR e, se as raízes do determinante de $A(z) = I - A \times z$ estão fora do círculo unitário, o VAR em questão é estável: $\det(A - \lambda \times I) \neq 0$ para $|z| \leq 1$. Uma forma alternativa é expressar a Equação (39) como se segue, mantendo as mesmas condições de estabilidade:

$$1 - \text{tr}(A) \times L - \det(A) \times L^2$$

$$z = \frac{\text{tr}(A) \pm \sqrt{\text{tr}(A)^2 - 4 \times \det(A)}}{2}$$

$$(\text{Equação 44})$$

Dessa forma, percebemos que os conceitos de estabilidade e estacionariedade estão fortemente interligados. Conforme salienta Ferreira (2018), no caso dos modelos VAR, tal relação se dá pelo fato de que modelos VAR estáveis são sempre estacionários. Um problema central ao estimar modelos com dados não estacionários é a obtenção de estatísticas de teste

impróprias, o que pode nos levar a escolher o modelo errado. Mesmo que duas séries temporais não sejam estacionárias, uma combinação especial delas ainda pode ser estacionária. Esse fenômeno é chamado de coitengração, e os chamados modelos de correção de erros (VECM) podem ser utilizados para analisá-lo (veremos mais adiante). Nas próximas seções, trataremos das possibilidades para escolha do *lag* ótimo, *spillover*, Causalidade de Granger e função impulso-resposta.

3.5. Estimação, análise e previsão

3.5.1. Estimação

O VAR resulta na estimação de uma infinidade de coeficientes. Um VAR (p), por exemplo, com n variáveis endógenas teria $n + n^2 \times p$ coeficientes a estimar, já que as matrizes A_i têm dimensão $n \times n$ e as n primeiras variáveis referem-se à constante, sem contar ainda os coeficientes de possíveis variáveis exógenas. Bueno (2011), afirma que muitas vezes os coeficientes estimados serão estatisticamente insignificantes, até porque algumas variáveis são normalmente colineares. Entretanto deve-se evitar impor restrições sobre os coeficientes, sob pena de perder informações relevantes a menos que sejam restrições econômicas bem fundamentadas. Dessa maneira, vamos utilizar os critérios de informação e o erro final de previsão. Os três critérios são Akaike (AIC), Schwarz (SC) e Hannan-Quinn (HQ) além do erro final de previsão (FPE). As expressões para o cálculo de cada um, sequencialmente, são apresentadas abaixo:

$$AIC = \ln|\hat{\Sigma}| + 2 \times k' \times T \quad (\text{Equação 45})$$

$$SC = \ln|\hat{\Sigma}| + \frac{k'}{T} \times \ln(T) \quad (\text{Equação 46})$$

$$HQ = \ln|\hat{\Sigma}| + \frac{2 \times k'}{T} \times \ln(\ln(T)) \quad (\text{Equação 47})$$

$$FPE = \left[\frac{(T+n \times k+1)}{(T-n \times k-1)} \right]^k \times |\hat{\Sigma}| \quad (\text{Equação 48})$$

em que k é o total do número de regressores em todas as Equações, que será igual a $p^2 \times k + p$

para p Equações, cada uma com k lags de p variáveis, mais um termo constante em cada Equação. Os valores construídos para 0, 1, ..., lags até algum valor máximo pré-determinado e $\hat{\Sigma}$ é a matriz de variância-covariância dos resíduos. A defasagem ótima é sempre aquela para qual o critério apresenta o menor valor.

3.5.2. Função Impulso-Resposta

Os modelos VAR são frequentemente difíceis de interpretar, e uma possível solução é construir a resposta ao impulso. A resposta ao impulso traça a resposta da variável dependente de um VAR para choques no termo de erro. Um choque unitário é aplicado em cada variável e são vistos os efeitos:

[...] impulso define o efeito do choque exógeno de uma perturbação aleatória sobre os valores presentes e passados das variáveis endógenas. Assim, um choque numa qualquer variável afeta não só diretamente essa variável como também todas as variáveis endógenas[...] (Caiado, 2002, p. 2).

Um VAR com covariância-estacionário possui uma representação em Média Móvel infinita (VMA) (∞) e é uma característica essencial na metodologia de Sims (1980). Retomando as Equações (21) e (22) na representação matricial exposta em (23), temos o seguinte VAR bivariado:

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}_t$$

(Equação 49)

Utilizando a Equação (30) abaixo:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \times e_{t-i}$$

(Equação 50)

obtemos

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}_{t-i}$$

(Equação 51)

Lembrando que:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}_t = \frac{1}{1 - b_{21} \times b_{12}} \times \begin{bmatrix} 1 & -b_{21} \\ -b_{12} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_t$$

(Equação 52)

então:

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{21} \\ -b_{12} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_t$$

(Equação 53)

fazendo:

$$\phi_i = \frac{A_1^i}{1 - b_{21} \times b_{12}} \times \begin{bmatrix} 1 & -b_{21} \\ -b_{12} & 1 \end{bmatrix}$$

(Equação 54)

assim, a representação VMA:

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i) & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_{t-i}$$

(Equação 55)

A representação VMA é útil para examinar as interações entre as sequências y_t e z_t , onde $\phi_{jk}(i)$ são os multiplicadores de impacto. Então, é possível produzir simulações do impacto de y_t , ε_{yt} ou de z_t , ε_{zt} sobre as trajetórias de $\{y_t\}$ e $\{z_t\}$. Como exemplo, o impacto após n períodos da soma acumulada dos efeitos de ε_{zt} sobre $\{y_t\}$ é $\sum_{i=0}^n \phi_{12}(i)$. Desde que a condição de estacionariedade seja atendida (veja abaixo), $\phi_{11}(i)$, $\phi_{12}(i)$, $\phi_{21}(i)$ e $\phi_{22}(i)$ são as funções de resposta ao impulso:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \phi_{jk}^2(i) < \infty.$$

(Equação 56)

Um pressuposto importante da análise de impulso-resposta é que os choques ocorrem em uma variável de cada vez. Se os choques não são independentes, então os termos de erro e_t são formados por todas as influências das diferentes variáveis que compõem o sistema. A correlação dos termos de erro pode indicar que um choque em uma variável será provavelmente acompanhado por um choque em uma outra variável. Dessa maneira, é necessária imposição

de restrições, que será obtida através da decomposição de Cholesky. Vamos retomar o modelo bivariado apresentado anteriormente, Equações (21) e (22), impondo a restrição que $b_{21} = 0$:

$$y_t = b_{10} - b_{12} \times z_t + \gamma_{11} \times y_{t-1} + \gamma_{12} \times z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

(Equação 57)

$$z_t = b_{20} + \gamma_{21} \times y_{t-1} + \gamma_{22} \times z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

(Equação 58)

Essa restrição é importante porque torna os parâmetros estruturais restantes identificáveis, y_t é pré-determinado e então $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12} \times \varepsilon_{zt}$ e $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$. Dessa forma, z_t tem efeito contemporâneo sobre y_t , y_t afeta a sequência z_t com um período de defasagem:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Equação 59)

ou

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}_t$$

(Equação 60)

Assim, a estimação por MQO do modelo VAR produzirá: $a_{10} = b_{10} - b_{12} \times b_{20}$, $a_{11} = \gamma_{11} - b_{12} \times \gamma_{21}$, $a_{12} = \gamma_{11} - b_{12} \times \gamma_{22}$, $a_{20} = b_{20}$, $a_{21} = \gamma_{21}$, $a_{22} = \gamma_{22}$, $\text{var}(e_{1t}) = \sigma_y^2 + b_{12}^2 \times \sigma_z^2$, $\text{var}(e_{2t}) = \sigma_z^2$ e $\text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) = -b_{12} \times \sigma_z^2$. Resolvendo o sistema de nove Equações para nove incógnitas: $b_{10} = a_{10} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_z^2} \times a_{20}$, $\gamma_{11} = a_{11} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_z^2} \times a_{21}$, $\gamma_{12} = a_{12} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_z^2} \times a_{22}$, $b_{12} = -\frac{\text{cov}(e_{1t}, e_{2t})}{\text{var}(e_{2t})} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_z^2}$, $\varepsilon_{yt} = e_{1t} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_z^2} \times \varepsilon_{zt}$ e $\varepsilon_{zt} = e_{2t}$. Então, as sequências e_{yt} e e_{zt} podem ser recuperadas; esta é a decomposição de Cholesky. Como resultado geral, temos em um VAR com n variáveis, B é uma matriz ($n \times n$), já que existem n resíduos dos regressores e n choques estruturais. A identificação exata requer $\frac{(n^2-n)}{n}$ restrições para se identificar os choques estruturais. Dada que a decomposição de Cholesky é triangular, isto força exatamente as $\frac{(n^2-n)}{n}$ restrições.

A condição anterior é a ordem para estimar o VAR na sua forma estrutural. Usualmente $\text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \neq 0$; então o fato que e_{1t} receba uma perturbação e e_{2t} permaneça inalterada é algo implausível. Uma solução é tornar o conjunto de inovações e_t em inovações ortogonais com variância unitária. Vamos retornar ao modelo bivariado e seja $\varepsilon_{yt} = b_{11} \times e_{1t}$,

sendo o requerimento de variância unitária, sendo $b_{11} = \frac{1}{s_1}$ em que s_1 é o desvio padrão de e_{1t} . Através de uma regressão de e_{2t} sobre e_{1t} , obtém-se seu resíduo $\varepsilon_{zt}^* = e_{2t} - b_{21} \times e_{1t}$ e por construção $E(\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt}^*) = 0$, ou seja, ortogonais entre si. Se denotar o erro padrão dessa regressão por $s_{2,1}$, então $\varepsilon_{zt} = \frac{\varepsilon_{zt}^*}{s_{2,1}}$ terá variância unitária e $E(\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt}) = 0$. Essa transformação pode ser sumarizada por: $\varepsilon_t = P \times e_t$ ou $e_t = P^{-1} \times \varepsilon_t$ em que $\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$ e $e_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$ e assim, $P = \begin{bmatrix} s_1^{-1} & 0 \\ -b_{21} \times s_1^{-1} & s_{2,1}^{-1} \end{bmatrix}$ e $P^{-1} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ b_{21} \times s_1 & s_{2,1} \end{bmatrix}$. A matriz de variância amostral de e_t é dada por:

$$\Omega = \frac{\sum_1^n \varepsilon_t \times \varepsilon_t'}{n} = P \times \left[\frac{1}{n} \sum_1^n e_t \times e_t' \right] \times P' = P \widehat{\Sigma} P' \quad (\text{Equação 61})$$

de modo que a decomposição de Choleski de $\widehat{\Sigma}$, já que $\Omega = I$, é

$$\widehat{\Sigma} = P^{-1} \times \widehat{\Omega} \times (P')^{-1} = P^{-1} \times (P')^{-1} \quad (\text{Equação 62})$$

Com essa decomposição, é razoável assumirmos que uma mudança em um componente de e_t não possui impactos sobre os demais componentes, pois eles são não correlacionados. Note ainda que a variância dessas componentes é 1, pois $\Omega = I$. Portanto uma inovação é do tamanho de um desvio padrão. Retomando a Equação (50) abaixo, temos que os elementos de A_1^i são as respostas do sistema a essas inovações. O elemento jk de A_1^i representa o efeito da variável j a uma inovação de tamanho 1 no elemento k , i períodos atrás

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \times e_{t-i} \quad (\text{Equação 63})$$

3.5.3. Decomposição da Variância

A decomposição da variância dos erros de previsão mede a contribuição de cada tipo de choque para a variância do erro de previsão. Assim como as funções impulso-resposta, a decomposição da variância é útil para avaliar como choques em variáveis econômicas repercutem através de um sistema. Considere o seguinte modelo VAR (2) na forma reduzida:

$$x_t = A_0 + A_1 \times x_{t-1} + e_t$$

(Equação 64)

Admita que A_0 e A_1 sejam conhecidos e se deseja projetar os diversos valores de x_{t+1} condicional no valor observado de x_t . Para começar, vamos adiantar um período de tempo a Equação (60):

$$x_{t+1} = A_0 + A_1 \times x_t + e_{t+1}$$

(Equação 65)

Obtendo-se a esperança matemática dos dois lados da Equação, condicional ao valor observado de x no período t , Equação (61); é possível obter o erro de previsão de um período à frente representado pela Equação (62):

$$E_t(x_{t+1}) = A_0 + A_1 \times x_t$$

$$e_{t+1} = x_{t+1} - E_t(x_{t+1})$$

(Equação 66)

Recursivamente, para dois períodos à frente, obtemos:

$$x_{t+2} = A_0 + A_1 \times x_{t+1} + e_{t+2}$$

(Equação 67)

substituindo (65) em (67), tem-se:

$$x_{t+2} = A_0 + A_1 \times (A_0 + A_1 \times x_t + e_{t+1}) + e_{t+2}$$

$$x_{t+2} = (I + A_1) \times A_0 + A_1^2 \times x_t + A_1 \times e_{t+1} + e_{t+2}$$

(Equação 68)

Aplicando-se a esperança matemática dos dois lados da Equação (66):

$$E_t(x_{t+2}) = (I + A_1) \times A_0 + A_1^2 \times x_t$$

(Equação 69)

O erro de previsão associado correspondente é

$$e_{t+2} + A_1 \times e_{t+1}$$

(Equação 70)

Repetindo estas recursões n vezes obtemos:

$$x_{t+n} = (I + A_1 + \dots + A_1^{n-1}) \times A_0 + \sum_{i=0}^{n-1} A_1^i \times e_{t+n-i} + A_1^n \times x_t$$

(Equação 71)

Aplicando-se a esperança matemática dos dois lados da Equação (71):

$$E_t(x_{t+n}) = (I + A_1 + A_1^2 \dots + A_1^{n-1}) \times A_0 + A_1^n \times x_t$$

(Equação 72)

Portanto, o erro de previsão associado é

$$\sum_{i=0}^{n-1} A_1^i \times e_{t+n-i} = e_{t+n} + A_1 \times e_{t+n-1} + A_1^2 \times e_{t+n-2} + \dots + A_1^{n-1} \times e_{t+1}$$

(Equação 73)

Assim, o erro de previsão n períodos à frente é dado por:

$$x_{t+n} - E_t(x_{t+n}) = \sum_{i=0}^{n-1} A_1^i \times e_{t+n-i}$$

(Equação 74)

Como $B \times e_t = \varepsilon_t$ e $A_1^i \times B^{-1} = \phi_i$, podemos escrever:

$$x_{t+n} - E_t(x_{t+n}) = \sum_{i=0}^{n-1} \phi_1^i \times \varepsilon_{t+n-i}$$

(Equação 75)

Se focarmos apenas na sequência $\{y_t\}$ é perceptível que o erro de previsão n -passos à frente é dado por:

$$y_{t+n} - E_t(y_{t+n}) = \phi_{11}(0) \times \varepsilon_{yt+n} + \phi_{11}(1) \times \varepsilon_{yt+n-1} + \dots + \phi_{11}(n-1) \times \varepsilon_{yt+1} + \phi_{12}(0) \times \varepsilon_{zt+n} + \phi_{12}(1) \times \varepsilon_{zt+n-1} + \dots + \phi_{12}(n-1) \times \varepsilon_{zt+1}$$

(Equação 76)

Denota-se por $\sigma_y(n)^2$ a variância do erro n -passos à frente de y_{t+n} :

$$\sigma_y(n)^2 = \sigma_y^2[\phi_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + \dots + \phi_{11}(n-1)^2] + \sigma_z^2[\phi_{12}(0)^2 + \phi_{12}(1)^2 + \dots + \phi_{12}(n-1)^2]$$

(Equação 77)

Como $\phi_{jk}(i)^2$ são necessariamente não-negativos, a variância do erro de previsão aumenta à medida que o horizonte de previsão n aumenta. Note que é possível decompor a parcela da variância do erro de previsão que será atribuída a cada choque:

$$\frac{\sigma_y^2[\phi_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + \dots + \phi_{11}(n-1)^2]}{\sigma_y(n)^2}$$

$$\frac{\sigma_z^2[\phi_{12}(0)^2 + \phi_{12}(1)^2 + \dots + \phi_{12}(n-1)^2]}{\sigma_y(n)^2}$$

(Equação 78)

3.6. Não estacionariedade e cointegração

A estacionariedade das variáveis nos modelos VAR é uma condição que garante a preservação das relações no sentido econômico e os reflexos de choques de uma variável nas outras dentro do modelo. Pfaff (2008 *apud* FERREIRA, 2018) argumenta que a maioria das deduções de longo prazo em modelos macroeconômicos surge de modelos com variáveis em nível, o que impõe grande desafio em avaliar resultados empíricos a partir de modelo com variáveis diferenciadas, que é a solução mais comum quando se trabalha com variáveis não estacionárias. Engle e Granger (1987) mostraram que uma combinação linear de duas ou mais séries não estacionárias pode ser estacionária (caso contrário, teremos uma relação espúria). Se tal combinação linear estacionária existe, ou $I(0)$, a não estacionariedade (com uma raiz unitária) das séries de tempo é dita ser cointegrada. A combinação linear estacionária é chamada Equação de cointegração e pode ser interpretada como uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis.

3.6.1. Modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM)

Um vetor de correção de erro (VECM) é um VAR no qual possui restrições de cointegração, tal que ele é designado para o uso de séries não estacionárias que são cointegradas. O termo de cointegração no VAR é conhecido como o termo de correção de erro desde que desvios de equilíbrio de longo prazo são corrigidos no modelo de curto prazo. Vamos apresentar a formulação do VECM partindo de um VAR (p) em nível:

$$x_t = A_0 + A_1 \times x_{t-1} + A_2 \times x_{t-2} + \dots + A_p \times x_{t-p} + \varepsilon_t$$

(Equação 79)

Mediante operações algébricas, é possível reescrever a Equação acima, como uma representação VECM ($p - 1$) em primeiras diferenças:

$$\Delta x_t = \Gamma_0 + \Pi \times x_{t-1} + \Gamma_1 \times \Delta x_{t-1} + \Gamma_2 \times \Delta x_{t-2} \dots + \Gamma_p \times \Delta x_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

(Equação 80)

$$\text{onde: } \Delta x_t = \begin{bmatrix} \Delta x_{1t} \\ \vdots \\ \Delta x_{mt} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{mt} \end{bmatrix}; \quad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} \tau_{10} \\ \vdots \\ \tau_{m0} \end{bmatrix} = A_0; \quad \Gamma_i = \begin{bmatrix} \tau_{i,11} & \cdots & \tau_{i,1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{i,m1} & \cdots & \tau_{i,mm} \end{bmatrix} = -(A_{i+1} + \cdots + A_p) \text{ sendo } i = 1, \dots, p-1 \text{ e } \Pi_{(m \times m)} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{m1} & \cdots & \pi_{mm} \end{bmatrix} = -(I - A_1 + \cdots + A_p). \text{ Esta}$$

última matriz é fundamental para análise de cointegração como veremos a seguir, pois representa a matriz de respostas de longo prazo, cujo posto é essencial na obtenção de informações sobre a ordem de integração de x_t . O multiplicativo $\Pi \times x_{t-1}$ representa o termo de correção de erros, no qual cada elemento do vetor $\Pi \times x_t$ representa uma relação de cointegração: $\Pi_{i1} \times x_{1t} + \Pi_{i2} \times x_{2t} + \cdots + \Pi_{im} \times x_{mt} \sim I(0)$ para $i = 1, \dots, m$. Dessa forma, podemos ter no mínimo uma e no máximo $m - 1$ relações de cointegração linearmente independentes. Cada linha de Π é um vetor de cointegração, sendo que pode haver no mínimo um e no máximo $m - 1$ vetores de cointegração linearmente independentes. Se houver r vetores de cointegração independentes em Π , os $m - r$ restantes serão linearmente dependentes dos demais. O posto de Π (r) indica o número de relações/vetores de cointegração linearmente independentes. Para determinar estatisticamente o posto de Π , vamos utilizar o teste de cointegração de Johansen que será apresentado a seguir.

3.6.2. Teste de Cointegração de Johansen

A realização do teste de cointegração tem como objetivo detectar se há relacionamento de longo prazo entre as variáveis, utiliza-se o teste de cointegração de Johansen segundo Johansen e Juselius (1990); De acordo com Morettin (2008), o processo de Johansen é uma generalização multivariada do teste Dickey-Fuller. Enders (2010), afirma que cointegração indica que séries temporais não estacionárias e integradas de mesma ordem compartilham tendências estocásticas semelhantes, ou seja, apresentam relações de equilíbrio de longo prazo. Segundo Johansen (1988), podem-se obter as relações de cointegração. Estimando-se a seguinte equação de autorregressão vetorial com p defasagens [$VAR(p)$], representada por:

$$\Delta x_t = \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta x_{t-p+1} + \Pi x_{t-1} + \xi_t \quad (\text{Equação 81})$$

Em que x_t é um vetor ($k \times 1$) de variáveis estocásticas; ξ_t são erros independentes e identicamente distribuídos, i.i.d ($0, 0, \sigma_u^2$) e $\Pi = \alpha\beta'$, em que α e β são matrizes ($k \times r$), sendo r o posto da matriz Π , que é igual ao número de vetores linearmente independentes ou cointegrados.

O teste de cointegração de Johansen determina se as séries são cointegradas

observando o posto ou os autovalores da matriz Π . Se o posto for zero ou se todos os autovalores forem nulos, então a matriz não possui nenhuma coluna linearmente independente e, portanto, as séries não são cointegradas. Se tiver n colunas linearmente independentes, então as séries devem ser $I(0)$, e deve-se estimar um modelo VAR. Assim, existem dois testes de Johansen, o teste do traço e o teste do máximo autovalor:

$$\lambda_{traço}(r) = -N \sum_{T=r+1}^n Ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -N Ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

(Equação 82)

em que N é o número de observações, e $\hat{\lambda}_i$ são os autovetores estimados. O teste de hipótese de $\lambda_{traço}$ corresponde a:

- $H_0: r \leq r_0$, menos do que $r_0 + 1$ vetores de cointegração;
- $H_1: r > r_0$, mais do que r_0 vetores de cointegração.

O teste de hipótese de λ_{max} corresponde a:

- $H_0: r = r_0$, exatamente r vetores de cointegração;
- $H_1: r = r_0 + 1$, exatamente $r_0 + 1$ vetores de cointegração;

3.7. Variáveis e dados

As variáveis utilizadas no estudo são: o índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa – fechamento), a taxa de câmbio comercial, a taxa de juros de curto prazo representada pela taxa Selic, a inflação representada pelo Índice Geral de Preços no Mercado (IGP-M) da Fundação Getúlio Vargas e o risco-Brasil representado pelo EMBI+ Br e calculado pelo Banco J. P. Morgan Chase. O período de análise compreende os meses de janeiro de 2000 a julho de 2024⁵. Essa delimitação temporal se justifica por dois fatores principais: (i) o início da década de 2000 marca uma fase de consolidação do regime de metas de inflação e do câmbio flutuante no Brasil, elementos que influenciam diretamente a dinâmica das variáveis macroeconômicas selecionadas; e (ii) a abrangência até julho de 2024 permite incluir os efeitos mais recentes da política monetária pós-pandemia, do ciclo de alta de juros iniciado em 2021 e das incertezas econômicas do primeiro semestre de 2024, fornecendo assim uma visão mais atualizada e abrangente da relação de longo prazo entre as variáveis.

Os dados do Ibovespa foram obtidos no site Yahoo Finanças

⁵ O IpeaData deixou de publicar os dados do risco-Brasil do EMBI+ no dia 30 de julho de 2024.

(<http://br.financas.yahoo.com/>), os dados da taxa Selic foram obtidos no site ADVFIN (<http://br.advfn.com/>) e os dados relativos às demais variáveis estão disponibilizados no site IPEADATA (<http://ipeadata.gov.br/default.aspx>). As séries foram transformadas na forma de logaritmo natural para suavizar os desvios. A estimação dos dados foi feita no software EViews 12.

A metodologia dos dados empregados no presente estudo, e as transformações realizadas nos mesmos, seguem descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Metodologia e transformações das variáveis

Variáveis	Metodologia
Mercado Acionário – Índice de preços da Bovespa – Ibovespa Fechamento – (IBOV)	O Ibovespa é o principal indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro, retratando o comportamento dos principais papéis negociados na Bovespa. O Ibovespa representa o somatório dos pesos das ações integrantes de sua carteira teórica.
Taxa de Juros – Sistema Especial de Liquidação e Custódia – Selic – (SELIC)	A Selic representa a taxa básica de juros da economia brasileira, sendo obtida através do cálculo da taxa média ponderada e ajustada das operações de financiamento ao longo de um dia, baseadas excepcionalmente por títulos públicos federais.
Taxa de câmbio – R\$/US\$ – comercial – compra – fim do período – R\$ – (CAMBIO)	A terminologia “câmbio comercial” ou “dólar comercial” é utilizada para as demais operações realizadas no mercado de câmbio, tais como exportação, importação, transferências financeiras, etc. Todas as operações de câmbio são inseridas no Sisbacen (Sistema de Informações do Banco Central), e é o sistema que calcula a média entre a compra e venda das operações de câmbio para formar o valor do dólar comercial.
Inflação – Índice Geral de Preços do Mercado – IGP-M – (IGPM)	O IGP-M é calculado mensalmente pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) e divulgado no final de cada mês de referência. Sua base metodológica segue a estrutura do IGP-DI, sendo obtido através da média ponderada de três índices de preços: o IPA-M, o IPC-M e o INCC-M. IGP-M reflete adequadamente a evolução de preços de atividades produtivas passíveis de serem sistematicamente pesquisadas.
Risco-Brasil – EMBI+ Brasil – (RISCO)	O risco-Brasil representa o risco de crédito a que investidores estrangeiros estão submetidos ao investirem no Brasil. O indicador mais utilizado para essa finalidade é o EMBI+ Br, que corresponde à média ponderada dos prêmios pagos pelos títulos em relação a papéis de prazo equivalente do Tesouro dos Estados Unidos, considerados livres de risco.
Variáveis convertidas em logaritmo natural	
LIBOV = $\ln(\text{IBOV}_t)$	Elasticidade do Ibovespa
LSELIC = $\ln(\text{SELIC}_t)$	Elasticidade da taxa de juros de curto prazo
LCAMBIO = $\ln(\text{CAMBIO}_t)$	Elasticidade da taxa de câmbio
LIGPM = $\ln(\text{IGPM}_t)$	Elasticidade da inflação
LRISCO = $\ln(\text{RISCO}_t)$	Elasticidade do risco-Brasil
Variáveis convertidas em primeira diferença	

$D(\text{LIBOV}) = \ln(\text{IBOV}_t / \text{IBOV}_{t-1})$	Retorno sobre o Ibovespa
$D(\text{SELIC}) = \ln(\text{SELIC}_t / \text{SELIC}_{t-1})$	Mudança na taxa de juros de curto prazo
$D(\text{LCAMBIO}) = \ln(\text{CAMBIO}_t / \text{CAMBIO}_{t-1})$	Mudança na taxa de câmbio
$D(\text{LIGPM}) = \ln(\text{IGPM}_t / \text{IGPM}_{t-1})$	Mudança na inflação
$(\text{LRISCO}) = \ln(\text{RISCO}_t / \text{RISCO}_{t-1})$	Mudança no risco-Brasil

Fonte: A autora, 2025.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Inicialmente, antes de realizar o teste de cointegração entre as variáveis macroeconômicas (taxa de juros, taxa de câmbio, taxa de inflação e risco país) em relação ao índice Bovespa, é feito os testes de raiz unitária para verificar se as séries, na forma de logaritmo natural, são estacionárias (média e variância constante). A estimação do modelo só é possível se as séries de tempo forem estacionárias, isto é, integradas de ordem zero $I(0)$, ou se forem integradas de mesma ordem $I(d)$. Sendo assim, foram então realizados os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e o teste de Philips-Perron (PP). A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos do teste ADF em três especificações (com constante, com constante e tendência, sem constante e tendência), para as séries em nível e em primeira diferença:

Tabela 2 - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Variáveis	Em nível			Em primeira diferença	
	τ_c	τ_{ct}	τ	τ	p-valor
LIBOV	-1,9760	-1,8517	1,6394	-15,7554*	0,0000*
LCAMBIO	-1,9061	-1,8761	0,3649	-15,5980*	0,0000*
LSELIC	-2,3977	-2,6939	0,5208	-21,9972*	0,0000*
LIGPM	-6,5818*	-6,6060*	-5,6427*	-12,0080*	0,0000*
LRISCO	-2,1481	-2,4943	-0,6861	-11,8978*	0,0000*

Fonte: A autora, 2025.

Nota: * Significativo a 1% de probabilidade, ** Significativo a 5% de probabilidade, *** Significativo a 10% de probabilidade.

τ_c é a estatística com constante, τ_{ct} é a estatística com constante e tendência e τ é a estatística sem constante e tendência.

Os resultados dos testes de Dickey-Fuller Aumentado, em todas as especificações, indicam que, em nível, com exceção do logaritmo da taxa de inflação (LIGPM), todas as demais variáveis analisadas são não estacionárias. Por outro lado, em primeira diferença, rejeita-se a hipótese nula de presença de raiz unitária para todas as séries logaritmizadas, em qualquer especificação do teste, indicando que as séries são integradas de ordem um $I(1)$.

Os resultados do teste Phillips-Perron, descritos na Tabela 3, confirmam os obtidos pelo teste de Dickey-Fuller Aumentado, não deixando dúvida de que as séries são processos integrados de ordem um $I(1)$. Esses resultados prévios possibilitam a realização do teste de cointegração, assim como, são condições necessárias (não suficientes) para se estimar o VAR pelo Mecanismo de Correção de Erros (VEC).

Tabela 3 - Teste de raiz unitária de Phillips e Perron (PP)

Variáveis	Em nível			Em primeira diferença	
	τ_c	τ_{ct}	τ	τ	p-valor
LIBOV	-1,9751	-1,9132	1,6049	-15,7554*	0,0000*
LCAMBIO	-1,9231	-1,9162	0,3134	-15,6155*	0,0000*
LSELIC	-2,5326	-3,2550	0,5701	-22,0601*	0,0000*
LIGPM	-6,7093*	-6,7434*	-5,6298*	-21,4432*	0,0000*

LRISCO	-1,9149	-2,1716	-0,6777	-11,8421*	0,0000*
--------	---------	---------	---------	-----------	---------

Fonte: a autora, 2025.

Nota: * Significativo a 1% de probabilidade, ** Significativo a 5% de probabilidade, *** Significativo a 10% de probabilidade.

τ_c é a estatística com constante, τ_{ct} é a estatística com constante e tendência e τ é a estatística sem constante e tendência.

Sendo definida a ordem de integração das variáveis, realizou-se o teste de cointegração, utilizando o método proposto por Johansen (1988). Todavia, uma vez que esse procedimento é baseado em um modelo VAR, é necessário determinar antes a ordem de defasagem p do modelo. Para identificar o número ideal de defasagens do modelo, utilizaram-se os critérios de Akaike (AIC), Schwarz (SC) e Hannan-Quinn (HQ). Conforme os resultados, descritos na Tabela 4, o número de defasagens escolhido para o modelo foi dois.

Tabela 4 - Determinação do número de defasagens no modelo VAR

Defasagens	AIC	SC	HQ
1	-6,977897	-6,403303*	-6,744515
2	-7,439180*	-6,289991	-6,972415*
3	-7,292662	-5,568879	-6,592515*
4	-7,324621	-5,026243	-6,391091
5	-7,180613	-4,307640	-6,013700

Fonte: autora, 2025.

De acordo com os resultados dos testes traço (λ_{trace}) e máximo autovalor (λ_{max}), descritos na Tabela 5, rejeita-se a hipótese nula de que não existe nenhum vetor de cointegração, isso indica que ao nível de significância de 1% existe pelo menos um vetor de cointegração, sugerindo que as séries são cointegradas, ou seja, há uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis.

Tabela 5 - Teste de cointegração de Johansen

Nº. de vetores	Eigenvalue	λ_{trace}	Valor crítico 0,05	Prob.
Nenhum	0,230837	79,39755	69,81889	0,0071*
No máximo 1	0,087726	34,51822	4785613	0,4737
No máximo 2	0,066649	15,81790	29,79707	0,5061
No máximo 3	0,038585	7,023330	15,49471	0,5749
No máximo 4	0,001721	0,294588	3,841466	0,5873
Nº. de vetores	Eigenvalue	λ_{max}	Valor crítico 0,05	Prob.
Nenhum	0,230837	44,87933	33,87687	0,0017*
No máximo 1	0,087726	15,70032	27,58434	0,6911
No máximo 2	0,066649	11,79457	21,13162	0,5681
No máximo 3	0,038585	6,728742	14,26460	0,5217
No máximo 4	0,001721	0,294588	3,841466	0,5873

Fonte: autora, 2025.

Nota: Indica rejeição da hipótese nula a 1% de significância.

A Tabela 6 apresenta o vetor de cointegração normalizado para a variável Ibovespa, isto é, a relação de equilíbrio de longo prazo do Ibovespa com as demais variáveis. Como as variáveis foram transformadas em logaritmo natural, pode-se afirmar que o vetor de cointegração representa as elasticidades de longo prazo dos macros indicadores em relação ao Ibovespa. Quando os sinais dos coeficientes das variáveis macroeconômicas são opostos ao do Ibovespa, indicam que o índice de mercado brasileiro responde positivamente às oscilações nas variáveis, e o oposto é válido quando os sinais são iguais. E os erros-padrão das estimativas estão apresentados entre parênteses, permitindo a análise da significância estatística dos coeficientes.

Tabela 6 - Vetor de cointegração normalizado para a variável LIBOV

LIBOV	LRISCO	LCAMBIO	LSELIC	LIGPM	Constante
1,000000	0,925127*	-0,370896***	0,586058***	-0,725834*	-16,49174
	(0,19131)	(0,21800)	(0,35006)	(0,10169)	
	[4,83567]	[-1,70134]	[1,67419]	[-7,13758]	

Fonte: A autora, 2025.

Nota: * indica rejeição da hipótese nula a 1% de significância. *** indica rejeição da hipótese nula a 10% de significância.

Pela análise do vetor de cointegração, verifica-se que todos os coeficientes foram estatisticamente significativos. Partindo da variável LRISCO, o sinal positivo de seu parâmetro indica que o risco-Brasil apresenta uma associação negativa com o índice do mercado brasileiro. De acordo com Nunes *et al.* (2023), a percepção dos investidores estrangeiros quanto ao risco em investir no mercado de ações brasileiro relaciona-se de forma negativa com a expectativa de retornos futuros das ações negociadas no mercado.

O sinal negativo do câmbio reflete uma relação positiva no longo prazo entre a taxa de câmbio comercial e os retornos do Ibovespa. Ou seja, seguindo as premissas da abordagem tradicional, uma desvalorização da moeda doméstica conduz à redução dos preços relativos dos produtos nacionais em relação aos produtos estrangeiros, ocasionando uma queda do preço das ações em relação ao valor da moeda estrangeira, o que pode propiciar uma maior entrada de capital externo e, conseqüentemente, elevar os retornos do índice de mercado.

A taxa de inflação, do mesmo modo, apresentou sinal negativo, indicando relação positiva entre o índice geral de preços do mercado e o Ibovespa. Portanto, pela Hipótese de Fisher, existe a possibilidade de o mercado de ações brasileiro atuar como um *hedge* contra o aumento da inflação. Contudo, é importante destacar que diversos estudos empíricos, sobre esse assunto em particular, constataram relação negativa entre os principais indicadores de desempenho da bolsa de valores e a taxa de inflação.

Por fim, o sinal positivo entre o Ibovespa e a taxa de juros (LSELIC) reflete uma relação negativa de longo prazo entre estas variáveis, confirmando a hipótese inicial.

Sendo determinada a relação de equilíbrio de longo prazo, buscou-se obter os resultados relativos ao equilíbrio de curto prazo, visto que, segundo Engle e Granger (1987), mesmo que haja relação de equilíbrio de longo prazo entre variáveis não estacionárias, é possível que exista algum desequilíbrio no curto prazo. Nesse caso, a dinâmica de curto prazo é influenciada pela magnitude do desvio em relação ao equilíbrio de longo prazo.

Deste modo, foi estimado o modelo de correção de erros VEC com duas defasagens e um vetor de cointegração, como definido pelo teste de Johansen. A Tabela 7 apresenta as estimativas do desequilíbrio de curto prazo que são corrigidas através do vetor de cointegração (Coint Eq₁ (α)) relativo ao Ibovespa.

Tabela 7 - Coeficientes do modelo VEC para o vetor do Índice Bovespa

Variável	Eigenvalue	Desvio Padrão	Estatística t
Coint Eq ₁ (α)	-0,029774	(0,01452)	[-2,04986]**
D(LIBOV(t-1))	0,049721	(0,10062)	[0,49415]
D(LIBOV(t-2))	-0,012247	(0,10221)	[-0,11982]
D(LRISCO(t-1))	-0,056565	(0,08487)	[-0,66649]
D(LRISCO(t-2))	0,024826	(0,07153)	[0,34705]
D(LCAMBIO(t-1))	0,169633	(0,17084)	[0,99292]
D(LCAMBIO(t-2))	0,086270	(0,12017)	[0,71788]
D(LSELIC(t-1))	-0,058180	(0,05646)	[-1,03046]
D(LSELIC(t-2))	-0,87463	(0,05732)	[-1,52576]
D(LIPGM(t-1))	-0,006834	(0,01029)	[-0,66389]
D(LIPGM(t-2))	-0,015377	(0,00920)	[-1,67225]***
C	0,009731	(0,00653)	[1,49129]

Fonte: A autora, 2025.

Nota: * indica rejeição da hipótese nula a 5% de significância, ** indica rejeição da hipótese nula a 10% de significância.

O grau de ajuste dos termos de correção de erros representado pelo parâmetro Coint Eq₁ (α), que demonstra a proporção do desequilíbrio de curto prazo do Ibovespa que é corrigido a cada período, isto é, mede a velocidade de convergência do desequilíbrio de curto prazo em relação ao equilíbrio de longo prazo, se mostrou estatisticamente significativo ao nível de significância de 5%, indicando que 2,9% dos desvios entre o valor efetivo e o valor de longo prazo, ou de equilíbrio, são corrigidas a cada mês. Pelos cálculos, os desequilíbrios iram se ajustar após, aproximadamente, 34 meses

Dentre as variáveis explicativas do modelo VEC, a única que apresentou significância estatística, ao nível de 5%, foi a taxa de inflação com duas defasagens, indicando que, no curto prazo, apenas as variações passadas da inflação têm poder explicativo sobre as variações correntes do Ibovespa. Assim sendo, verificou-se relação negativa entre a inflação e o Ibovespa,

ou seja, uma variação de 1% no IGP-M de dois meses atrás (t-2), causa uma redução de aproximadamente 1,6% no índice de mercado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste estudo, buscou-se analisar a existência de uma relação de longo prazo entre o desempenho do mercado acionário brasileiro, representado pelo Ibovespa, e um conjunto de variáveis macroeconômicas consideradas relevantes, como a taxa de câmbio, a taxa de juros, a inflação e o risco-Brasil. Os resultados obtidos demonstraram que o comportamento do Ibovespa não ocorre de forma isolada, mas é fortemente condicionado por fundamentos econômicos que refletem o ambiente interno e externo da economia brasileira.

A pesquisa partiu da premissa de que mercados financeiros, especialmente em economias emergentes, são altamente sensíveis às variações macroeconômicas e que essas relações não são apenas de curto prazo, mas apresentam vínculos estruturais que podem ser captados por métodos de cointegração. Ao longo da análise, os resultados empíricos confirmaram que todas as variáveis envolvidas são integradas de ordem um e compartilham ao menos um vetor de cointegração com o IBOVESPA. Isso evidencia a existência de um equilíbrio de longo prazo entre essas variáveis, o que é coerente com a literatura econômica mais recente.

Mais do que confirmar uma relação estatística, os resultados desta pesquisa revelam a natureza interdependente do mercado financeiro brasileiro em relação a seus fundamentos macroeconômicos. A cointegração entre o índice Bovespa e as variáveis analisadas reforça a ideia de que choques em fatores como juros ou câmbio não se dissipam completamente no curto prazo, mas possuem efeitos persistentes e cumulativos. Para os investidores, isso significa que decisões de alocação de capital devem considerar não apenas os movimentos imediatos do mercado, mas também as tendências e vínculos estruturais que se manifestam ao longo do tempo.

Além disso, os resultados obtidos reforçam a importância da estabilidade macroeconômica para a formação de expectativas racionais por parte dos agentes econômicos. Políticas monetárias e fiscais bem calibradas, que promovam previsibilidade nas variáveis analisadas, tendem a reduzir a volatilidade do mercado de capitais e a favorecer um ambiente de investimentos mais saudável e eficiente. Do ponto de vista das autoridades econômicas, este trabalho evidencia que variáveis como o risco-país ou a taxa Selic têm impactos duradouros sobre o mercado acionário, o que demanda atenção redobrada quanto aos seus efeitos indiretos sobre o crescimento econômico e o bem-estar social.

Entretanto, este estudo também reconhece suas limitações. A análise foi centrada em relações lineares e estacionárias, o que pode não capturar de forma integral os impactos de

eventos exógenos ou não-lineares, como crises políticas, pandemias ou mudanças abruptas no cenário internacional. Além disso, a escolha das variáveis foi restrita a um conjunto limitado de indicadores macroeconômicos, não contemplando elementos institucionais, ambientais ou geopolíticos, que podem ganhar relevância crescente na dinâmica dos mercados financeiros.

Outro ponto a ser considerado é a própria instabilidade do período amostral adotado, que abrange ciclos econômicos distintos e eventos extraordinários, como a crise financeira de 2008, a recessão brasileira de 2014–2016, a pandemia de Covid-19 e, mais recentemente, as incertezas do cenário fiscal e monetário de 2023 e 2024. Essa diversidade de choques pode introduzir rupturas nos parâmetros do modelo, reduzindo a validade da suposição de estabilidade estrutural ao longo do tempo.

Nesse sentido, para futuras pesquisas, recomenda-se a ampliação do modelo por meio da inclusão de variáveis relacionadas à governança institucional, à sustentabilidade e à integração global. A utilização de técnicas mais sofisticadas, como modelos com quebras estruturais múltiplas, análise em frequência (como wavelets) ou modelos não-lineares (como Threshold VAR ou GARCH multivariado), pode oferecer uma compreensão mais refinada dos mecanismos que regem o mercado de capitais brasileiro.

Portanto, este trabalho pretende contribuir não apenas para a literatura acadêmica, mas também para a prática profissional de economistas, gestores e formuladores de política econômica. A compreensão das relações de cointegração entre o IBOVESPA e variáveis macroeconômicas fornece informações relevantes para a tomada de decisão de investimento, estratégias de *hedge*, e até mesmo para a elaboração de políticas públicas mais eficientes e conectadas com a realidade dos mercados. Em um país que ainda busca consolidar sua estabilidade macroeconômica e ampliar sua inserção internacional, entender essas conexões não é apenas desejável, mas necessário.

REFERÊNCIAS

- ADVFN. **Taxa Selic – Dados históricos**. Disponível em: <https://br.advfn.com/>. Acesso em: 9 jan. 2025.
- ANDERSEN, T. G. *et al.* **Real-time price discovery in global stock, bond and foreign exchange markets**. *Journal of International Economics*, v. 73, n. 2, p. 251–277, 2007.
- B3 – BRASIL, BOLSA, BALCÃO. **Boletim mensal de investidores pessoa física – julho de 2024**. São Paulo: B3, 2024. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br. Acesso em: 9 jul. 2025.
- B3 – BRASIL, BOLSA, BALCÃO. **Histórico de valor de mercado da carteira teórica do Ibovespa (2000–2024)**. São Paulo: B3, 2025. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa-ibov.htm. Acesso em: 9 jul. 2025.
- BERNARDELLI, L. V.; HENZ, R. N.; FERREIRA, J. R. **Cointegração entre a taxa Selic e o índice Bovespa no período de 2000 a 2019**. *Revista Mineira de Contabilidade*, v. 21, n. 3, p. 74–88, 2020.
- BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- CAIADO, J. **Modelos VAR, taxas de juro e inflação**. In: **PORTUGUESE STATISTICAL SOCIETY CONFERENCE, 10., 2002**. Lisboa. Anais... Lisboa: Literacia e Estatística, 2002, p. 215-228.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. **Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root**. *Journal of the American Statistical Association*, v. 74, n. 76, p. 427-431, 1979.
- ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2010.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. **Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing**. *Econometrica*, v. 55, n. 2, p. 251-276, 1987.
- FERREIRA, P. G. C. **Modelo vetorial autoregressivo**. Análise de séries temporais em R: curso introdutório. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier: FGV IBRE, 2018.
- FRATZSCHER, M. **Capital flows, push versus pull factors and the global financial crisis**. *Journal of International Economics*, v. 88, n. 2, p. 341–356, 2012.
- GILCHRIST, S; YANKOV, V; ZAKRAJŠEK, E. **Credit market shocks and economic fluctuations: Evidence from corporate bond and stock markets**. *Journal of Monetary Economics*, v. 56, n. 4, p. 471–493, 2009.
- GIOVANNI, D. J. **What drives capital flows? The case of cross-border M&A activity and financial deepening**. *Journal of International Economics*, v. 65, n. 1, p. 127–149, 2005.

GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. **Spurious regressions in econometrics**. Journal of Econometrics, v. 2, n. 2, p. 111-120, 1974.

HONG, H; YOGO, M. **What does futures market interest tell us about the macroeconomy and asset prices?** Journal of Financial Economics, v. 105, n. 3, p. 473–490, 2012.

IPEADATA. **Séries históricas – indicadores macroeconômicos**. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2024. Disponível em: <https://www.ipeadata.gov.br/>. Acesso em: 9 jan. 2025.

JOHANSEN, S. **Statistical analysis of cointegration vectors**. Journal of Economics Dynamics & Control, v. 12, n. 2-3, p. 231-254, 1988.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. **Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root**. Journal of Econometric, v. 54, p. 159-178, 1992.

NETO, A. A. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 2023. 9. ed. 552 p. ISBN 6559776719.

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. **Testing for a unit root in time series regression**. Biometrika, v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988.

SEGAL, Gill; SHALIASTOVICH, Ivan; YARON, Amir. **Good and bad uncertainty: Macroeconomic and financial market implications**. Journal of Financial Economics, v. 117, n. 2, p. 369–397, 2015.

SILVA, F. M.; CORONEL, D. A. **Causalidade e cointegração entre variáveis macroeconômicas e o Ibovespa**. Revista de Administração FACES Journal, v. 15, n. 2, p. 98–110, 2012.

SIMS, C. A. **Macroeconomics and Reality**. Econometrica, v. 48, p. 1-48, 1980.

TAN, Xueping *et al.* **How connected is the carbon market to energy and financial markets? A systematic analysis of spillovers and dynamics**. Energy Economics, v. 90, 104870, 2020.

WORLD FEDERATION OF EXCHANGES. **Annual Statistics Guide 2023**. Londres: WFE, 2024. Disponível em: <https://www.world-exchanges.org/statistics>. Acesso em: 9 jan. 2025.

YAHOO FINANÇAS. **Ibovespa – Histórico de cotações**. Disponível em: <https://br.financas.yahoo.com/>. Acesso em: 9 jan. 2025.